

Roll No.

028/A

(Graph Paper)

Total No. of Questions : 23]

[Total No. of Printed Pages : 12

SS

2067

ਸਲਾਨਾ ਪਰੀਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ

MATHEMATICS

(Common for Humanities, Sc. & Agri. Groups)

(Punjabi, Hindi and English Versions)

(Evening Session)

Time allowed : Three hours

Maximum marks : 90

(Punjabi Version)

ਨੋਟ : (i) ਆਪਣੀ ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਦੇ ਟਾਈਟਲ ਪੰਨੇ 'ਤੇ ਵਿਸ਼ਾ-ਕੋਡ/ਪਿਪਰ-ਕੋਡ ਵਾਲੇ ਖਾਨੇ ਵਿੱਚ ਵਿਸ਼ਾ-ਕੋਡ/ਪਿਪਰ-ਕੋਡ 028/A ਜ਼ਰੂਰ ਦਰਜ ਕਰੋ ਜੀ ।

(ii) ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਲੈਂਦੇ ਹੀ ਇਸ ਦੇ ਪੰਨੇ ਗਿਣ ਕੇ ਦੇਖ ਲਓ ਕਿ ਇਸ ਵਿੱਚ ਟਾਈਟਲ ਸਹਿਤ 30 ਪੰਨੇ ਹਨ ਅਤੇ ਠੀਕ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਹਨ ।

(iii) ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਵਿੱਚ ਖਾਲੀ ਪੰਨਾ/ਪੰਨੇ ਛੱਡਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਹੱਲ ਕੀਤੇ ਗਏ ਪ੍ਰਸ਼ਨ/ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ ।

(iv) ਸਾਰੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹਨ ।

(v) ਕੈਲਕੂਲੇਟਰ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਮਨਾ ਹੈ, ਪਰ ਲੋਗ ਟੇਬਲ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ ।

(vi) ਪ੍ਰਸ਼ਨ 1 ਦੇ 10 ਭਾਗ ਹੋਣਗੇ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਭਾਗ ਦਾ 1 ਅੰਕ ਹੈ ।

(vii) ਪ੍ਰਸ਼ਨ 2 ਤੋਂ 9 ਹਰੇਕ 2 ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ।

(viii) ਪ੍ਰਸ਼ਨ 10 ਤੋਂ 19 ਹਰੇਕ 4 ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ।

(ix) ਪ੍ਰਸ਼ਨ 20 ਤੋਂ 23 ਹਰੇਕ 6 ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ।

(x) ਗ੍ਰਾਫ ਪੇਪਰ ਪ੍ਰਸ਼ਨ-ਪੱਤਰ ਨਾਲ ਲੱਗਿਆ ਹੈ ।

(xi) ਪੰਜਾਬੀ ਅਤੇ ਹਿੰਦੀ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦਾ ਅਨੁਵਾਦ ਹਨ । ਕਿਉਂਕਿ ਅਨੁਵਾਦ ਅਨੁਮਾਨ ਤੇ ਅਧਾਰਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਇਸਲਈ ਕਿਸੇ ਭਰਮ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਅੰਗ੍ਰੇਜ਼ੀ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਨੂੰ ਹੀ ਸਹੀ ਮੰਨਿਆ ਜਾਵੇ ।

(xii) ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਸੰਖਿਆ 10, 15, 18, 20, 21, 22 ਅਤੇ 23 ਵਿੱਚ ਅੰਦਰੂਨੀ ਚੋਣ ਦੀ ਛੋਟ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ ।

1. (i) ਮਨ ਲਓ * ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹ R ਤੇ ਇਕ ਯੁਗਮ ਸੰਕਿਰਿਆ $a * b = a + b$ ਦੁਆਰਾ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਹੈ ਜਿਥੇ $a, b \in R$ ਹਨ, ਤਾਂ $6 * (3 * 3)$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਹੈ

(a) 15 (b) 12 (c) 13 (d) 32 1

(ii) $\cos^{-1}\left(-\cos \frac{2\pi}{3}\right)$ ਦਾ ਮੁੱਖ ਮੁੱਲ ਹੈ

(a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{2\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{5}$ (d) $\frac{2\pi}{5}$ 1

028/A-SS-2000

[Turn over

(2)

(iii) ਜੇਕਰ $A+B=C$ ਹੈ ਜਿੱਥੇ B ਅਤੇ C 3×5 ਕ੍ਰਮ ਦੀਆਂ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸਾਂ ਹਨ ਤਾਂ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ C ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਹੈ

- (a) 3×5 (b) 3×3 (c) 5×5 (d) 5×3 1

(iv) ਜੇਕਰ $f(x) = \begin{cases} kx^2, & x < 2 \\ 3, & x \geq 2 \end{cases}$, $x=2$ ਤੇ ਲਗਾਤਾਰ ਹੈ ਤਾਂ k ਦਾ ਮੁੱਲ ਹੈ

- (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{4}{3}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{3}{4}$ 1

(v) $\frac{d}{dx} \{ \tan^{-1}(e^x) \}$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ

- (a) $e^x \tan^{-1}(e^x)$ (b) $\frac{e^x}{1+e^x}$ (c) $\frac{e^x}{1+(e^x)^2}$ (d) $e^x \sec^{-1} x$ 1

(vi) $\int_0^\pi \sin^2 x \cos^3 x dx$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ :

- (a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) 2 1

(vii) ਅਵਕਲ ਸਮੀਕਰਣ $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = 2x$ ਦਾ ਅਨੁਕੂਲਨ-ਗੁਣਕ ਹੈ

- (a) $\frac{1}{x}$ (b) x^2 (c) $\frac{1}{x^2}$ (d) x 1

(viii) ਸਦਿਸ਼ $\frac{1}{\sqrt{3}}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{k}$ ਦਾ ਆਕਾਰ ਬਰਾਬਰ ਹੈ

- (a) -1 (b) 1 (c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (d) 0 1

(ix) ਰੇਖਾਵਾਂ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਦਿਸ਼ਾ ਅਨੁਪਾਤ $\langle 2, 3, -2 \rangle$ ਅਤੇ $\langle -1, 2, 2 \rangle$ ਹਨ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੈ

- (a) 45° (b) 60° (c) 90° (d) 30° 1

(x) ਜੇਕਰ A ਅਤੇ B ਸੁਤੰਤਰ ਘਟਨਾਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ ਜੇਕਰ $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ ਹੈ, ਤਾਂ $P(A \cap B)$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{25}{3}$ (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{3}{25}$ 1

2. ਜੇਕਰ $x \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$ ਹੈ, ਤਾਂ x ਅਤੇ y ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। 2

3. ਜੇਕਰ $Y = e^x \sin x$ ਹੈ, ਤਾਂ $\frac{d^2y}{dx^2}$ ਪਤਾ ਕਰੋ। 2

028/A-SS

(3)

4. $\int \frac{dx}{1+\cos x}$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। 2

5. $\int e^x \left(\sin^{-1} x + \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \right) dx$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। 2

6. ਵਿਤਰੇਕੀ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਹਲ ਕਰੋ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1+y^2}}{\sqrt{1+x^2}}$$
 2

7. ਵਿਤਰੇਕੀ ਸਮੀਕਰਣ ਨੂੰ ਹਲ ਕਰੋ

$$(\tan^2 x + 2 \tan x + 5) \frac{dy}{dx} = 2 (\tan x + 1) \sec^2 x$$
 2

8. ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਦੋਂ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ (5, 1, 6) ਅਤੇ (3, 4, 1) ਵਿਚੋਂ ਲੰਘਦੀ ਹੋਈ ਰੇਖਾ, ਤਲ YZ ਨੂੰ ਪਾਰ (cross) ਕਰਦੀ ਹੈ। 2

9. A ਅਤੇ B ਦੁਆਰਾ ਕਿਸੇ ਟਿੱਚੇ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਨ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਕ੍ਰਮਵਾਰ $\frac{4}{5}$ ਅਤੇ $\frac{2}{3}$ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਦੋਵੇਂ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਦੋਵਾਂ ਵਿਚੋਂ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਟਿੱਚਾ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਲੈਂਦਾ ਹੈ। 2

10. ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ $f: Z \rightarrow Z, f(x) = x^2$ ਤੋਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਫਲਨ ਇੱਕ-ਇੱਕ (one-one) ਅਤੇ ਉੱਤੇ (onto) ਹੈ? 4

ਜਾਂ

ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਪੂਰਣ ਅੰਕ ਦੇ ਸਮੂਹ Z ਤੇ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਸੰਬੰਧ $R = \{(a, b) : 4, |a-b| \text{ ਨੂੰ ਭਾਜਤ ਕਰਦਾ ਹੈ} \}$ ਇੱਕ ਸਮਮੁੱਲ ਸੰਬੰਧ ਹੈ। 4

11. ਸਿੱਧ ਕਰੋ : $\sin^{-1} \frac{3}{5} + \cos^{-1} \frac{12}{13} = \sin^{-1} \frac{56}{65}$ 4

12. $\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ ਨੂੰ ਸਮਮਿਤਈ ਅਤੇ ਬਿਖਮ ਸਮਮਿਤਈ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਦੇ ਜੋੜ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਓ। 4

13. ਜੇਕਰ $y = (x \tan x)^x$ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{dy}{dx}$ ਪਤਾ ਕਰੋ। 4

14. ਵਿਤਰੇਕੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ $\sqrt[3]{0.009}$ ਦਾ ਲਗਭਗ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। 4

[Turn over

(4)

15. $\int \frac{dx}{x(x^4+1)}$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ।

4

ਜਾਂ

$\int_1^3 2^x dx$ ਦਾ ਜੋੜ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੁਆਰਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ।

4

16. ਪੈਰਾਬੋਲਾ $x^2=9y$ ਅਤੇ $y^2=9x$ ਵਿਚਕਾਰ ਬੰਨੇ ਖੇਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਇਸਦਾ ਕੱਚਾ (rough) ਖਾਕਾ ਵੀ ਬਣਾਓ।

4

17. ਵਿਤਰੇਕੀ ਸਮੀਕਰਣ $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} + \operatorname{cosec}\left(\frac{y}{x}\right) = 0$, ($x \neq 0$) ਦਾ ਖਾਸ ਹਲ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਦਿੱਤਾ ਹੈ $y=0, x=1$.

4

18. ਸਦਿਸ਼ $2\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k}$ ਅਤੇ $\lambda\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ ਦੇ ਜੋੜ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਇਕਾਈ ਸਦਿਸ਼ ਦਾ ਸਦਿਸ਼ $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ ਨਾਲ ਸਕੇਲਰ ਗੁਣਨਫਲ ਇੱਕ ਹੈ। λ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

4

ਜਾਂ

ਤਿਹਰੀ ਸਕੇਲਰ ਗੁਣਾ ਰਾਹੀਂ ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਚਾਰ ਬਿੰਦੂ ਸਹਿ-ਸਮਤਲੀ ਹਨ, ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਸਥਿਤੀ ਸਦਿਸ਼ $-\hat{j}+\hat{k}$, $2\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}$, $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ ਅਤੇ $3\hat{j}+3\hat{k}$ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ।

4

19. ਇੱਕ ਬੀਮਾ ਕੰਪਨੀ ਨੇ 2000 ਸਕੂਟਰ ਡਰਾਈਵਰਾਂ, 4000 ਕਾਰ ਡਰਾਈਵਰਾਂ ਅਤੇ 6000 ਟੱਰਕ ਡਰਾਈਵਰਾਂ ਦਾ ਬੀਮਾ ਕੀਤਾ। ਸਕੂਟਰ, ਕਾਰ ਅਤੇ ਟੱਰਕ ਦੀ ਹਾਦਸਾਗ੍ਰਸਤ ਹੋਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਕ੍ਰਮਵਾਰ $\frac{1}{100}$, $\frac{3}{100}$ ਅਤੇ $\frac{3}{20}$ ਹੈ। ਇੱਕ ਬੀਮਾਯੁਕਤ ਵਿਅਕਤੀ ਹਾਦਸਾਗ੍ਰਸਤ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਉਹ ਇੱਕ ਸਕੂਟਰ ਡਰਾਈਵਰ ਹੈ।

4

20. ਹੇਠ ਦਿੱਤੀ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਣ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਮੈਟਰਿਕਸ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਹਲ ਕਰੋ :

$$x-y+2z=7, 3x+4y-5z=-5, 2x-y+3z=12$$

6

ਜਾਂ

ਅਧਾਰੀ ਪਰਿਵਰਤਕਾਂ ਦੁਆਰਾ

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਪਤਾ ਕਰੋ।

6

21. ਅਧਿਕਤਮ ਆਇਤਨ ਵਾਲੇ ਲੰਬ ਚਕਰਾਕਾਰ ਸਿਲੰਡਰ ਦੀ ਉਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਕਿ ਇੱਕ ਗੋਲੇ ਜਿਸਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 9 ਸੇਮੀ. ਹੈ ਦੇ ਅੰਤਰਗਤ ਰੱਖਿਆ ਜਾ ਸਕੇ।

6

ਜਾਂ

36 ਸੇਮੀ. ਲੰਬੀ ਇੱਕ ਤਾਰ ਨੂੰ ਦੋ ਟੁਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਕਟਿਆ ਗਿਆ। ਇਹਨਾਂ ਵਿਚੋਂ ਇੱਕ ਦਾ ਚੱਕਰ ਅਤੇ ਦੂਸਰੇ ਦੀ ਸਮਭੁਜੀ ਤਿਕੋਣ ਬਣਾਈ ਗਈ। ਹਰੇਕ ਟੁਕੜੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ ਚੱਕਰ ਅਤੇ ਸਮਭੁਜੀ ਤਿਕੋਣ ਦੇ ਕੁੱਲ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਜੋੜ ਨਿਉਨਤਮ ਹੋਵੇ।

6

028/A-SS

(5)

22. ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਤੋਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਸਭਤੋਂ ਘੱਟ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ :

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ ਅਤੇ}$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}) + \mu (3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k})$$

6

ਜਾਂ

ਤਲ ਦੀ ਸਮੀਕਰਣ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਕਿ ਸਮੀਕਰਣਾਂ $x + y + z = 1$ ਅਤੇ $2x + 3y + 4z = 5$ ਦੁਆਰਾ ਦਿਤੇ ਤਲਾਂ ਦੀ ਕਾਟ ਵਿਚੋਂ ਲੰਗਦੇ ਹੋਏ ਸਮੀਕਰਣ $x - y + z = 0$ ਦੁਆਰਾ ਦਿਤੇ ਤਲ ਤੇ ਲੰਬ ਹੈ।

6

23. ਨਿਮਨਲਿਖਿਤ ਰੇਖੀ ਪ੍ਰੋਗ੍ਰਾਮਿੰਗ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਗ੍ਰਾਫ ਰਾਹੀਂ ਹੱਲ ਕਰੋ : ਸ਼ਰਤਾਂ

$$x + y \leq 100, \quad x + y \geq 60, \quad x \leq 60, \quad y \leq 50, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

ਦੇ ਅਧੀਨ ਉਦੇਸ਼ ਫਲਨ $Z = 2x + 3y$ ਦਾ ਨਿਉਨਤਮ ਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।

6

ਜਾਂ

ਸ਼ਰਤਾਂ $x + 2y \geq 100, \quad 2x - y \leq 0, \quad 2x + y \leq 200, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$ ਦੇ ਅਧੀਨ ਉਦੇਸ਼ ਫਲਨ $Z = x + 2y$ ਦਾ ਅਧਿਕਤਮ ਮੁੱਲ ਆਲੇਖ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

6

(Hindi Version)

ਨੋਟ : (i) अपनी उत्तर-पुस्तिका के मुख्य पृष्ठ पर विषय-कोड/पेपर-कोड वाले खाने में विषय-कोड/पेपर-कोड 028/A अवश्य लिखें।

(ii) उत्तर-पुस्तिका लेते ही इसके पृष्ठ गिनकर देख लें कि इसमें टाइटल सहित 30 पृष्ठ हैं एवं सही क्रम में हैं।

(iii) उत्तर-पुस्तिका में खाली छोड़े गये पृष्ठ/पृष्ठों के पश्चात् हल किए गए प्रश्न/प्रश्नों का मूल्यांकन नहीं किया जायेगा।

(iv) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(v) कैल्कुलेटर का प्रयोग वर्जित है, पर लॉग टेबल का प्रयोग किया जा सकता है।

(vi) प्रश्न 1 में 10 भाग होंगे तथा प्रत्येक भाग 1 अंक का होगा।

(vii) प्रश्न 2 से 9 प्रत्येक 2 अंकों का होगा।

(viii) प्रश्न 10 से 19 प्रत्येक 4 अंकों का होगा।

(ix) प्रश्न 20 से 23 प्रत्येक 6 अंकों का होगा।

(x) ग्राफ पेपर प्रश्न-पत्र के साथ नत्थी है।

(xi) पंजाबी तथा हिंदी में प्रश्न अंग्रेज़ी में प्रश्नों के अनुवाद हैं। क्योंकि अनुवाद अनुमान पर आधारित होता है इसलिए किसी भ्रम की स्थिति में अंग्रेज़ी के प्रश्न को सही माना जाए।

(xii) प्रश्न संख्या 10, 15, 18, 20, 21, 22 और 23 में अन्दरूनी चुनाव की छूट दी गई है।

1. (i) मान लो * वास्तविक संख्याओं के समूह R पर एक युग्म संक्रिया $a * b = a + b$ द्वारा परिभाषित है जहां $a, b \in R$ हैं, तब $6 * (3 * 3)$ का मूल्य है

(a) 15 (b) 12 (c) 13 (d) 32 1

(ii) $\cos^{-1} \left(-\cos \frac{2\pi}{3} \right)$ का मुख्य मूल्य है

(a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{2\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{5}$ (d) $\frac{2\pi}{5}$ 1

(6)

- (iii) यदि $A+B=C$ है जहाँ B और C 3×5 क्रम की मैट्रिक्स हैं तो मैट्रिक्स C का क्रम है
 (a) 3×5 (b) 3×3 (c) 5×5 (d) 5×3 1
- (iv) यदि $f(x) = \begin{cases} kx^2, & x < 2 \\ 3, & x \geq 2 \end{cases}$, $x=2$ पर लगातार है तो k का मूल्य है
 (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{4}{3}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{3}{4}$ 1
- (v) $\frac{d}{dx} \{ \tan^{-1}(e^x) \}$ बराबर है
 (a) $e^x \tan^{-1}(e^x)$ (b) $\frac{e^x}{1+e^x}$ (c) $\frac{e^x}{1+(e^x)^2}$ (d) $e^x \sec^{-1} x$ 1
- (vi) $\int_0^\pi \sin^2 x \cos^3 x dx$ बराबर है
 (a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) 2 1
- (vii) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = 2x$ का समाकलन-गुणक है
 (a) $\frac{1}{x}$ (b) x^2 (c) $\frac{1}{x^2}$ (d) x 1
- (viii) सदिश $\frac{1}{\sqrt{3}}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{k}$ का परिमाण बराबर है
 (a) -1 (b) 1 (c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (d) 0 1
- (ix) रेखाएँ जिनके दिशा अनुपात $\langle 2, 3, -2 \rangle$ और $\langle -1, 2, 2 \rangle$ हैं के बीच कोण बराबर है
 (a) 45° (b) 60° (c) 90° (d) 30° 1
- (x) यदि A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं और यदि $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ है, तो $P(A \cap B)$ बराबर है
 (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{25}{3}$ (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{3}{25}$ 1
2. यदि $x \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$ है, तो x और y का मूल्य ज्ञात करें। 2
3. यदि $Y = e^x \sin x$ है, तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ पता करें। 2
4. $\int \frac{dx}{1 + \cos x}$ का मूल्य पता करें। 2

(7)

5. $\int e^x \left(\sin^{-1} x + \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \right) dx$ का मूल्य पता करें। 2
6. अवकल समीकरण को हल करें
 $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1+y^2}}{\sqrt{1+x^2}}$ 2
7. अवकल समीकरण को हल करें
 $(\tan^2 x + 2 \tan x + 5) \frac{dy}{dx} = 2 (\tan x + 1) \sec^2 x$ 2
8. उस बिन्दु के निर्देश अंक पता करें जब दो बिन्दुओं (5, 1, 6) और (3, 4, 1) से हाकर गुजरती हुई रेखा, तल YZ को पार (cross) करती है। 2
9. A और B द्वारा किसी लक्ष्य को प्राप्त करने की संभावना क्रमशः $\frac{4}{5}$ और $\frac{2}{3}$ है। यदि दोनों कोशिश करते हैं तो संभावना ज्ञात करो कि दोनों में से कम से कम एक लक्ष्य को प्राप्त कर लेगा। 2
10. जांच कीजिये कि $f: Z \rightarrow Z, f(x) = x^2$ से परिभाषित फलन एक-एक (one-one) और ऊपर (onto) है। 4
 अथवा
 सिद्ध करें कि पूर्णाकों के समुच्चय Z पर परिभाषित सम्बन्ध $R = \{(a, b) : 4, |a-b| \text{ को विभाजित करता है}\}$ एक अनुरूपता संबंध है। 4
11. सिद्ध करें कि : $\sin^{-1} \frac{3}{5} + \cos^{-1} \frac{12}{13} = \sin^{-1} \frac{56}{65}$ 4
12. $\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ को सममित एवम विषम सममित मैट्रिक्सों के योग के रूप में व्यक्त कीजिए। 4
13. यदि $y = (x \tan x)^x$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 4
14. अवकलीकरण का उपयोग करते हुए $\sqrt[3]{0.009}$ का लगभग मूल्य ज्ञात कीजिए। 4
15. $\int \frac{dx}{x(x^4+1)}$ का मूल्यांकन कीजिए। 4
 अथवा
 $\int_1^3 2^x dx$ का योग की सीमा के रूप में मूल्यांकन करें। 4
16. पैराबोला $x^2 = 9y$ और $y^2 = 9x$ के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करें। इसका कच्चा (rough) आलेख भी बनाएं। 4
17. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} + \operatorname{cosec} \left(\frac{y}{x} \right) = 0, (x \neq 0)$ का खास हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि $y=0, x=1$ । 4
18. सदिशों $2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ और $\lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ के जोड़ की दिशा में इकाई सदिश के सदिश $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ के साथ स्केलर गुणनफल एक के बराबर है। λ का मूल्य पता करो। 4

(8)

अथवा

तिहरी स्केलर गुणा के उपयोग द्वारा सिद्ध करें कि चार बिंदु सह-समतलीय हैं जिनके स्थिति सदिश $-\hat{j}+\hat{k}$, $2\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}$, $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ और $3\hat{j}+3\hat{k}$ द्वारा दिए गए हैं।

4

19. एक बीमा कम्पनी ने 2000 स्कूटर चालकों, 4000 कार चालकों तथा 6000 ट्रक चालकों का बीमा किया। स्कूटर, कार और ट्रक की हादसाग्रस्त होने की सम्भावना क्रमशः $\frac{1}{100}$, $\frac{3}{100}$ और $\frac{3}{20}$ है। एक बीमायुक्त व्यक्ति हादसाग्रस्त हो जाता है। सम्भावना पता करें कि वह एक स्कूटर चालक है।

4

20. निम्नलिखित रेखीय समीकरण प्रणाली को मैट्रिक्स विधि द्वारा हल कीजिए :

$$x-y+2z=7, 3x+4y-5z=-5, 2x-y+3z=12$$

6

अथवा

आधारभूत परिवर्तकों द्वारा

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

का उलटक्रम ज्ञात करें।

6

21. अधिकतम आयतन वाले लम्ब वृत्ताकार सिलिंडर की ऊंचाई पता करें जो कि एक गोले जिसका अर्धव्यास 9 सेमी. है के अन्तर्गत रखा जा सके।

6

अथवा

36 सेमी. लम्बी एक तार को दो टुकड़ों में विभक्त किया गया। इनमें से एक को वृत्त एवम दूसरे की समभुज त्रिभुज बनाई गई। प्रत्येक टुकड़े की लम्बाई कितनी होनी चाहिए जिससे वृत्त एवम समभुज त्रिभुज का सम्मिलित क्षेत्रफल न्यूनतम हो।

6

22. निम्नलिखित समीकरणों से दी गई रेखाओं के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए :

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ और}$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}) + \mu (3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k})$$

6

अथवा

तल की समीकरण ज्ञात करें जो कि समीकरणों $x+y+z=1$ और $2x+3y+4z=5$ द्वारा दिये तलों की काट में से निकलते हुए समीकरण $x-y+z=0$ द्वारा दिए तल पर लम्ब है।

6

23. निम्नलिखित रेखीय प्रोग्रामिंग समस्या (L.P.P) को आलेख द्वारा हल करें : शर्तों

$$x+y \leq 100, x+y \geq 60, x \leq 60, y \leq 50, x \geq 0, y \geq 0$$

के अधीन उद्देश्य फलन $Z=2x+3y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

6

अथवा

शर्तों $x+2y \geq 100, 2x-y \leq 0, 2x+y \leq 200, x \geq 0, y \geq 0$ के अधीन उद्देश्य फलन $Z=x+2y$ का अधिकतम मूल्य आलेखी विधि द्वारा ज्ञात कीजिए।

6

(9)

(English Version)

- Note :** (i) You must write the subject-code/paper-code **028/A** in the box provided on the title page of your answer-book.
- (ii) Make sure that the answer-book contains 30 pages (including title page) and are properly serialied as soon as you receive it.
- (iii) Question/s attempted after leaving blank page/s in the answer-book would not be evaluated.
- (iv) All questions are compulsory.
- (v) Use of calculator is not allowed but Log Tables can be used.
- (vi) Q. 1 will consist of 10 parts and each part will carry 1 mark.
- (vii) Q. 2 to Q. 9 each will be of 2 marks.
- (viii) Q. 10 to Q. 19 each will be of 4 marks.
- (ix) Q. 20 to Q. 23 each will be of 6 marks.
- (x) Graph paper is attached with the question paper.
- (xi) Punjabi and Hindi versions of questions are translations of English version. Since translation is based on approximations, so in the case of any confusion consider English version to be correct.
- (xii) Question number 10, 15, 18, 20, 21, 22 and 23 contain internal choice.

1. (i) Let * be a binary operation on set R of real numbers defined by $a * b = a + b$ where $a, b \in R$, then the value of $6 * (3 * 3)$ is
- (a) 15 (b) 12 (c) 13 (d) 32 1
- (ii) Principal value of $\cos^{-1} \left(-\cos \frac{2\pi}{3} \right)$ is
- (a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{2\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{5}$ (d) $\frac{2\pi}{5}$ 1
- (iii) If $A+B=C$ where B and C are matrices of order 3×5 then the order of matrix C is
- (a) 3×5 (b) 3×3 (c) 5×5 (d) 5×3 1
- (iv) If $f(x) = \begin{cases} kx^2, & x < 2 \\ 3, & x \geq 2 \end{cases}$ is continuous at $x = 2$ then value of k is
- (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{4}{3}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{3}{4}$ 1
- (v) $\frac{d}{dx} \{ \tan^{-1}(e^x) \}$ is equal to
- (a) $e^x \tan^{-1}(e^x)$ (b) $\frac{e^x}{1+e^x}$ (c) $\frac{e^x}{1+(e^x)^2}$ (d) $e^x \sec^{-1} x$ 1

(10)

(vi) $\int_0^{\pi} \sin^2 x \cos^3 x \, dx$ is equal to

- (a) 1 (b) -1 (c) 0 (d) 2 1

(vii) The integrating factor of differential equation $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = 2x$ is

- (a)
- $\frac{1}{x}$
- (b)
- x^2
- (c)
- $\frac{1}{x^2}$
- (d)
- x
- 1

(viii) Magnitude of the vector $\frac{1}{\sqrt{3}}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{k}$ is equal to

- (a) -1 (b) 1 (c)
- $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- (d) 0 1

(ix) The angle between the lines whose direction ratios are $\langle 2, 3, -2 \rangle$ and $\langle -1, 2, 2 \rangle$ is given by

- (a)
- 45°
- (b)
- 60°
- (c)
- 90°
- (d)
- 30°
- 1

(x) If A and B are independent events and if $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ then $P(A \cap B)$ is equal to

- (a)
- $\frac{1}{3}$
- (b)
- $\frac{25}{3}$
- (c)
- $\frac{1}{5}$
- (d)
- $\frac{3}{25}$
- 1

2. If $x \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$, then find the value of x and y. 23. If $Y = e^x \sin x$ then find $\frac{d^2y}{dx^2}$ 24. Evaluate $\int \frac{dx}{1 + \cos x}$ 25. Evaluate $\int e^x \left(\sin^{-1} x + \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \right) dx$ 2

6. Solve the differential equation

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1+y^2}}{\sqrt{1+x^2}}$$
 2

7. Solve the differential equation

$$(\tan^2 x + 2 \tan x + 5) \frac{dy}{dx} = 2 (\tan x + 1) \sec^2 x$$
 2

(11)

8. Find the coordinates of that point when the line passing through two points (5, 1, 6) and (3, 4, 1) crosses YZ plane. 2

9. The probability of A and B achieving a target is $\frac{4}{5}$ and $\frac{2}{3}$ respectively. If both of them try then find the probability that at least one of them will achieve the target. 2

10. Check whether the function defined by $f: Z \rightarrow Z, f(x) = x^2$ is one-one and onto? 4

or

Prove that the relation R defined on the set Z of integers as $R = \{(a, b) : 4 \text{ divides } |a - b|\}$ is an equivalence relation. 4

11. Prove that $\sin^{-1} \frac{3}{5} + \cos^{-1} \frac{12}{13} = \sin^{-1} \frac{56}{65}$ 4

12. Express $\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ as a sum of symmetric and skew-symmetric matrices. 4

13. If $y = (x \tan x)^x$, then find $\frac{dy}{dx}$ 4

14. Using differentials find the approximate value of $\sqrt[3]{0.009}$ 4

15. Evaluate $\int \frac{dx}{x(x^4 + 1)}$ 4

or

Evaluate $\int_1^3 2^x dx$ as the limit of a Sum. 4

16. Find the area of the region enclosed between the parabolas $x^2 = 9y$ and $y^2 = 9x$. Also draw its rough sketch. 4

17. Find the particular solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} + \operatorname{cosec} \left(\frac{y}{x} \right) = 0, (x \neq 0)$, given that $y=0, x=1$. 4

18. The scalar product of the vector $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ with a unit vector along the sum of vectors $2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ and $\lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ is equal to one. Find the value of λ . 4

or

Using scalar triple product, prove that the four points whose position vectors are given by the vectors $-\hat{j} + \hat{k}, 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}, \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $3\hat{j} + 3\hat{k}$ are coplanar. 4

[Turn over

(12)

19. An insurance company insured 2000 scooter drivers, 4000 car drivers and 6000 truck drivers. The respective probabilities that the scooter, car and truck will be involved in an accident are $\frac{1}{100}$, $\frac{3}{100}$ and $\frac{3}{20}$. One of the insured people meets with an accident. What is the probability that he is a scooter driver? 4

20. Solve the following system of linear equations by matrix method :

$$x - y + 2z = 7, \quad 3x + 4y - 5z = -5, \quad 2x - y + 3z = 12 \quad 6$$

or

Using elementary transformation find the inverse of

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad 6$$

21. Find the height of a right circular cylinder of maximum volume, which can be inscribed in a sphere of radius 9 cm. 6

or

A wire of length 36 cm is to be cut into two pieces, one of the pieces is made into a circle and other into an equilateral triangle. What should be the lengths of the two pieces so that the combined area of both circle and an equilateral triangle is minimum. 6

22. Find the shortest distance between the lines given by the equations :

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}) + \mu (3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}) \quad 6$$

or

Find the equation of the plane through the line of intersection of the planes given by the equations $x + y + z = 1$ and $2x + 3y + 4z = 5$ which is perpendicular to the plane given by the equation $x - y + z = 0$ 6

23. Solve the following linear programming problem graphically. Minimize the objective function $Z = 2x + 3y$ subject to the constraints

$$x + y \leq 100, \quad x + y \geq 60, \quad x \leq 60, \quad y \leq 50, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0 \quad 6$$

or

Graphically maximize the objective function $Z = x + 2y$ subject to constraints

$$x + 2y \geq 100, \quad 2x - y \leq 0, \quad 2x + y \leq 200, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0 \quad 6$$